

# Квантовая электродинамика тяжелых ионов и атомов

В.М. ШАБАЕВ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

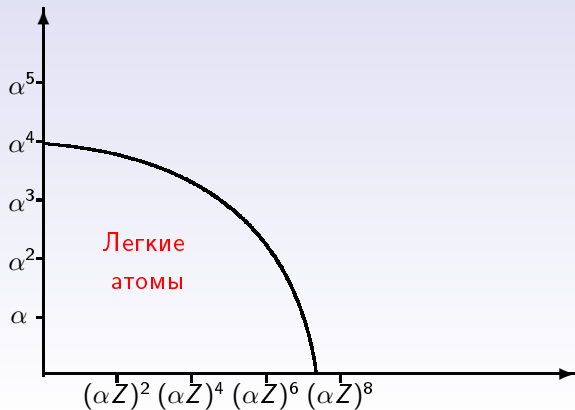
Декабрь 2, 2008

## СОДЕРЖАНИЕ

- Введение
- Энергии связи в тяжелых ионах
- Сверхтонкое расщепление в тяжелых ионах
- $g$ -фактор многозарядного иона
- Р-нечетная амплитуда  $6s$ - $7s$  перехода в нейтральном цезии  $^{133}\text{Cs}$
- Заключение

Легкие атомы

Проверка КЭД в низших порядках по  $\alpha \approx \frac{1}{137}$  и  $\alpha Z \ll 1$   
( $Z$  - заряд ядра)



### Тяжелые нейтральные атомы

Расчеты обычно ограничиваются приближением Брейта:

$$H = \sum_i h_i^D + \sum_{i < j} (V_{ij}^C + V_{ij}^B),$$

где

$$h_i^D = \vec{\alpha}_i \cdot \vec{p}_i + m\beta_i + V_C(r_i), \quad V_C(r) = -\frac{\alpha Z}{r},$$

$$V_{ij}^C = \frac{\alpha}{r_{ij}}, \quad V_{ij}^B = -\alpha \left[ \frac{\vec{\alpha}_i \cdot \vec{\alpha}_j}{r_{ij}} + \frac{1}{2} (\vec{\nabla}_i \cdot \vec{\alpha}_i) (\vec{\nabla}_j \cdot \vec{\alpha}_j) r_{ij} \right].$$

Погрешности от корреляционных эффектов, как правило, больше, чем КЭД вклады.

## Введение

### Тяжелые ионы с малым числом электронов

$$N \ll Z,$$

где  $Z$  - заряд ядра,  $N$  - число электронов.

В низшем приближении:

$$(-i\alpha\vec{\nabla} + m\beta + V_C(r))\psi(\vec{r}) = E\psi(\vec{r})$$

Эффекты межэлектронного взаимодействия и КЭД:

$$\frac{\text{Межэлектронное взаимодействие}}{\text{Энергия связи}} \sim \frac{1}{Z}, \quad \frac{\text{КЭД}}{\text{Энергия связи}} \sim \alpha.$$

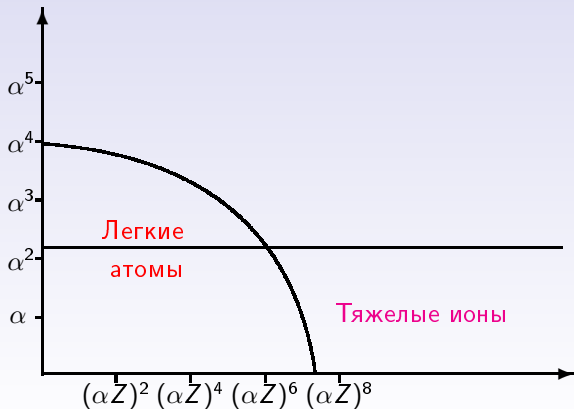
**Высокоточные расчеты возможны!**

В отличие от легких атомов, параметр  $\alpha Z$  не мал.

Для урана:  $Z = 92$ ,  $\alpha Z \approx 0.7$ .

Тяжелые ионы с малым числом электронов

Проверка КЭД в низших порядках по  $\alpha$  и во всех порядках по  $\alpha Z$



## Проблемы теории:

a) технические

b) концептуальные

c) физические

а) Технические проблемы:

Расчеты в приближении внешнего поля ( $M \rightarrow \infty$ )

КЭД вклады первого порядка



*P.J. Mohr, Ann. Phys., 1974*



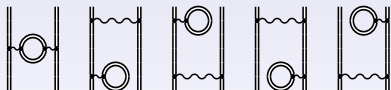
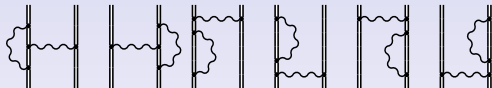
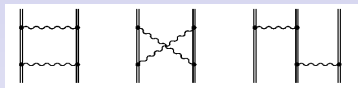
*G. Soff and P.J. Mohr, PRA, 1988*  
*Н.Л. Манаков и др., ЖЭТФ, 1989*





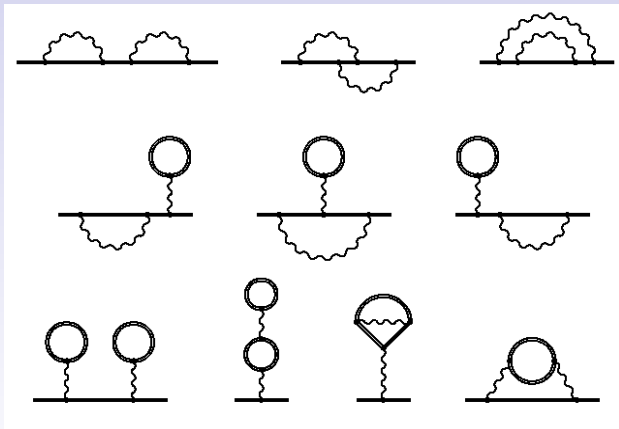
## Энергии связи тяжелых ионов с малым числом электронов

Двух- и трехэлектронные КЭД вклады второго порядка



Последние достижения: Расчет всех этих диаграмм для возбужденных состояний He-подобных ионов (*A.N. Artemyev et. al., PRA, 2005*) и В-подобного иона аргона (*A.N. Artemyev et al., PRL, 2007*).

Одноэлектронные КЭД вклады второго порядка



Последние достижения: Расчет диаграмм двухпетлевой собственной энергии (V.A. Yerokhin, P. Indelicato, and V.M. Shabaev, PRL, 2006).

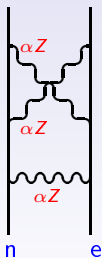
b) Концептуальные проблемы

Эффект отдачи ядра

Нерелятивистская теория:  $m \rightarrow \mu = mM/(m + M)$ .

Эффект отдачи ядра в полностью релятивистской теории

Типичная диаграмма:



Существует ли замкнутое выражение для эффекта отдачи, точное во всех порядках по  $\alpha Z$ ?

## Энергии связи тяжелых ионов с малым числом электронов

Замкнутая формула для эффекта отдачи ядра в первом порядке по  $m/M$  и во всех порядках по  $\alpha Z$  (В.М. Шабает, ТМФ, 1985):

$$\Delta E = \Delta E_L + \Delta E_H$$

$$\Delta E_L = \frac{1}{2M} \langle a | [\vec{p}^2 - (\vec{D}(0) \cdot \vec{p} + \vec{p} \cdot \vec{D}(0))] | a \rangle,$$

$$\Delta E_H = \frac{i}{2\pi M} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \langle a | \left( \vec{D}(\omega) - \frac{[\vec{p}, V_C]}{\omega + i0} \right) G(\omega + E_a) \left( \vec{D}(\omega) + \frac{[\vec{p}, V_C]}{\omega + i0} \right) | a \rangle$$

где  $\vec{p}$  - оператор импульса,  $G(\omega)$  - кулоновская функция Грина,  
 $D_m(\omega) = -4\pi\alpha Z\alpha_l D_{lm}(\omega)$ ,  $D_{ik}(\omega, r)$  - поперечная часть фотонного пропагатора в кулоновской калибровке.

Обобщение на многоэлектронные атомы: В.М. Шабает, ЯФ, 1988.

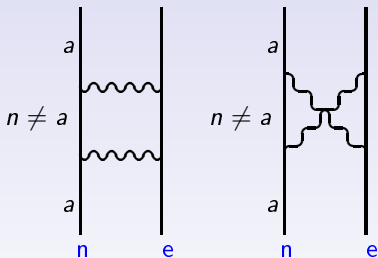
Численный расчет: A.N. Artemyev, V.M. Shabaev, V.A. Yerokhin, PRA, 1995.

## Энергии связи тяжелых ионов с малым числом электронов

### с) Физические проблемы

#### Эффект поляризации ядра

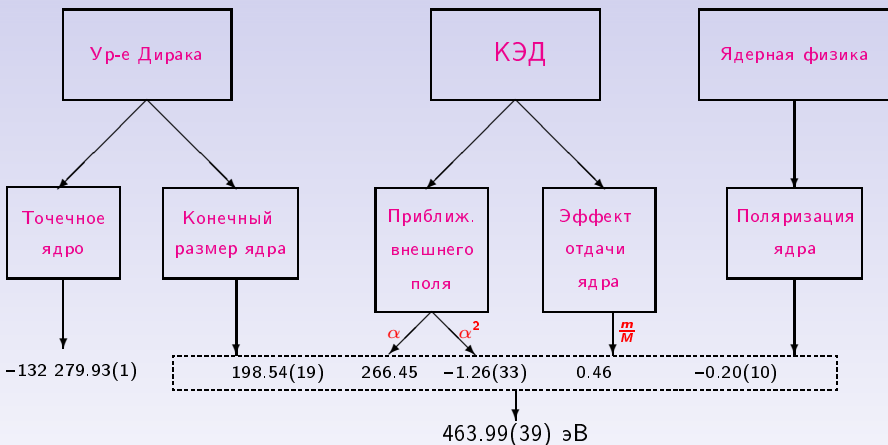
Взаимодействие связанного электрона с протонами поляризует ядро.



Теория и расчет: *G. Plunien and G. Soff, PRA, 1995;*

*A.V. Nefiodov, L.N. Labzowsky, G. Plunien, and G. Soff, PLA, 1996.*

# Лэмбовский сдвиг $1s$ состояния H-подобного иона урана, в эВ

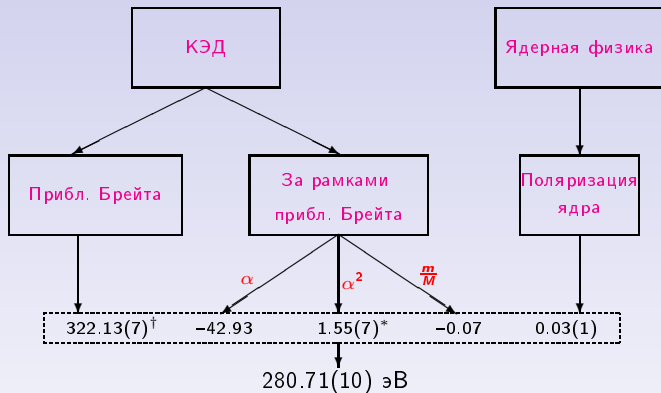


Эксперимент:  $460.2(4.6)$  эВ

(A. Gumberidze, T. Stöhlker, D. Banas et al., PRL, 2005)

Проверка КЭД на уровне  $\sim 2\%$

# Энергия $2p_{1/2}-2s$ перехода в Li-подобном ионе урана, в эВ



Эксперимент:  $280.645(15)$  эВ (P. Beiersdorfer et al., PRL, 2005)

Проверка КЭД на уровне  $\sim 0.2\%$

\* V.A. Yerokhin, P. Indelicato, and V.M. Shabaev, PRL, 2006

† Y.S. Kozhedub, O.V. Andreev, V.M. Shabaev et al., PRA, 2008

## Эксперимент

*I. Klaft et al., PRL, 1994:*

$$^{209}\text{Bi}^{82+} \quad \Delta E^{\text{exp}} = 5.0840(8) \text{ эВ}$$

*J. Crespo Lopez-Urritia et al., PRL, 1996; PRA, 1998:*

$$^{165}\text{Ho}^{66+} \quad \Delta E^{\text{exp}} = 2.1645(6) \text{ эВ}$$

$$^{185}\text{Re}^{74+} \quad \Delta E^{\text{exp}} = 2.7190(18) \text{ эВ}$$

$$^{187}\text{Re}^{74+} \quad \Delta E^{\text{exp}} = 2.7450(18) \text{ эВ}$$

*P. Seelig et al., PRL, 1998:*

$$^{207}\text{Pb}^{81+} \quad \Delta E^{\text{exp}} = 1.2159(2) \text{ эВ}$$

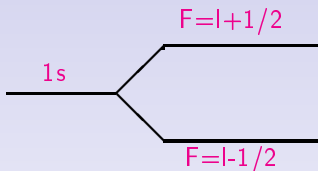
*P. Beiersdorfer et al., PRA, 2001:*

$$^{203}\text{Tl}^{80+} \quad \Delta E^{\text{exp}} = 3.21351(25) \text{ эВ}$$

$$^{205}\text{Tl}^{80+} \quad \Delta E^{\text{exp}} = 3.24410(29) \text{ эВ}$$



## Сверхтонкая структура в H-подобных ионах

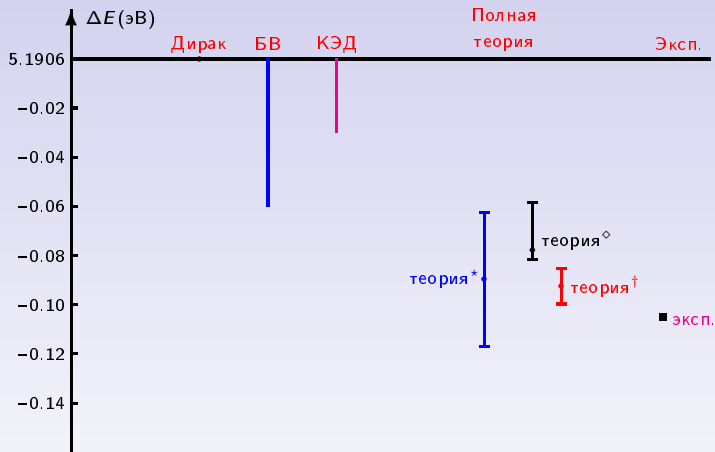


$$\Delta E = \Delta E_{\text{Dirac}}(1 - \varepsilon) + \Delta E_{\text{QED}},$$

где  $\varepsilon$  - поправка на распределение магнитного момента по ядру  
(эффект Бора-Вайскопфа)



## Сверхтонкое расщепление в H-подобном висмуте



\* V.M. Shabaev et al., PRA, 1997

Эксп.: I. Klafit et al., PRL, 1994

◇ R.A. Sen'kov and V.F. Dmitriev, Nuc. Phys. A, 2002

† A.A. Elizarov et al., NIMB, 2005

## Проверка КЭД в исследованиях сверхтонкой структуры (СТС)

Вводим разность (V.M. Shabaev et al., PRL, 2001)

$$\Delta'E = \Delta E^{(2s)} - \xi \Delta E^{(1s)},$$

где  $\Delta E^{(1s)}$  - СТС в H-подобном ионе,  $\Delta E^{(2s)}$  - СТС в Li-подобном ионе.  
Для Bi,  $\xi = 0.16885$ .

Теоретические вклады в  $\Delta'E$ , в мэВ, для Bi

Прибл. Брейта	-61.52(4)
КЭД	0.24(1)
Полное значение	-61.27(4)
Эксперимент	?

Этот метод позволит проверить КЭД в сильных магнитном и электрическом полях на уровне нескольких процентов при условии, что СТС будет измерено с точностью  $\sim 10^{-6}$ .

## g-фактор H-подобных ионов

**Определение:**  $\Delta E = g (|e|\hbar/2m_e)BM_z$ .

Высокоточное измерение g-фактора иона  $^{12}\text{C}^{5+}$  в пеннинговской ловушке (H. Häffner et al., PRL, 2000):

$$g_{\text{exp}} = 2(\omega_L/\omega_c)(m_e/M)(q/|e|) = 2.001\,041\,596\,3(10)(44).$$

Здесь  $\omega_c = (q/M)B$  - циклотронная частота,  $\omega_L = \Delta E/\hbar$ ,  $M$  - масса иона,  $q$  - заряд иона. Вторая погрешность (44) обусловлена погрешностью массы электрона.

Теория, 2000:

$$g_{\text{theo}} = 2.001\,041\,589\,8(38)(10),$$

где первая погрешность (38) обусловлена эффектами высших порядков в релятивистской отдаче, вторая погрешность (10) - КЭД поправками.

## *g-фактор H-подобных ионов*

Замкнутая формула для вклада эффекта отдачи ядра в *g*-фактор H-подобного иона в первом порядке по  $m/M$  и во всех порядках по  $\alpha Z$  (*V.M. Shabaev, PRA, 2001*):

$$\Delta g = \frac{1}{\mu_0 m_a} \frac{i}{2\pi M} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \left[ \frac{\partial}{\partial \mathcal{H}} \langle a | [\vec{p} - \vec{D}(\omega) + e\vec{A}_{cl}] \right. \\ \left. \times G(\omega + E_a) [\vec{p} - \vec{D}(\omega) + e\vec{A}_{cl}] | a \rangle \right]_{\mathcal{H}=0}.$$

Здесь  $\mu_0$  - магнетон Бора,  $m_a$  проекция момента на ось  $z$ ,  $\vec{A}_{cl} = [\vec{\mathcal{H}} \times \vec{r}]/2$  - вектор-потенциал однородного магнитного поля  $\vec{\mathcal{H}}$ , направленного вдоль оси  $z$ . Предполагается, что все величины вычисляются в присутствии магнитного поля.

Численный расчет: *V.M. Shabaev and V.A. Yerokhin, PRL, 2002.*

## g-фактор H-подобных ионов

g-фактор иона  $^{12}\text{C}^{5+}$

Дираковское значение (точечное ядро)	1.998 721 354 39(1)
КЭД поправки для свободного электрона	0.002 319 304 37(1)
КЭД поправки для связанного электрона [1]	0.000 000 843 40(3)
Эффект отдачи ядра [2]	0.000 000 087 62
Эффект конечного размера ядра	0.000 000 000 41
Полное теоретическое значение	2.001 041 590 18(3)
Эксперимент [3]	2.001 041 596 3(10)(44)

[1] V.A. Yerokhin et al., PRL, 2002; K. Pachucki et al., PRA, 2005.

[2] V.M. Shabaev, PRA, 2001; V.M. Shabaev and V.A. Yerokhin, PRL, 2002.

[3] H. Häffner et al., PRL, 2000.

Новое значение массы электрона:  $m_e=0.000\ 548\ 579\ 909\ 32(29)$  у.

## Перспективы дальнейших исследований g-фактора многозарядных ионов

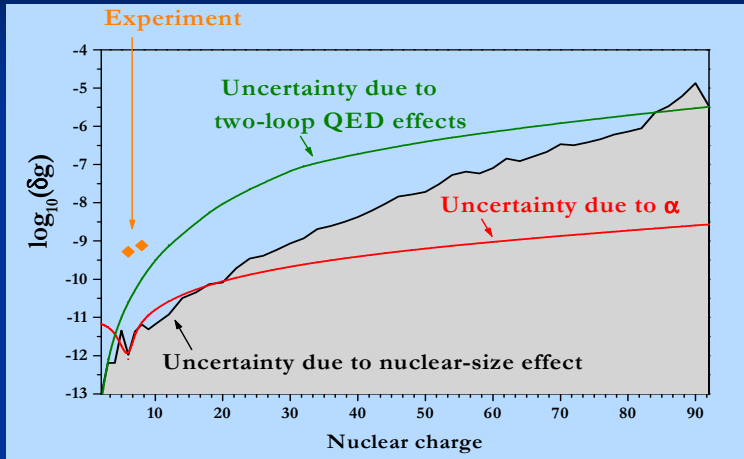
### 1) Определение магнитных моментов ядер

$$g_{\text{atom}} = g^{(e)} \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2F(F+1)} - \frac{m_e}{m_p} g^{(N)} \frac{F(F+1) + I(I+1) - J(J+1)}{2F(F+1)}.$$

### 2) Определение постоянной тонкой структуры ( $Z > 15$ )

$$g^{[1s]} = 2 - \frac{2}{3}(\alpha Z)^2 + \dots \Rightarrow \frac{\delta\alpha}{\alpha} \sim \frac{1}{(\alpha Z)^2} \frac{\sqrt{\delta g_{\text{exp}} + \delta g_{\text{th}}}}{g}.$$

## $g$ factor in H-like ions: sources of theoretical uncertainty





*g*-фактор тяжелых ионов: новый подход к определению  $\alpha$

Вводим специальную разность *g*-факторов В- and Н-подобного ионов свинца (*V.M. Shabaev, D.A. Glazov, N.S. Oreshkina et al., PRL, 2006*):

$$g' = g^{[(1s)^2(2s)^22p_{1/2}] - \xi g^{[1s]},$$

где  $\xi = 0.0097416$  выбирается так, чтобы сократить вклад конечного размера ядра.

Погрешности величины  $g' \approx 0.585$  от различных источников:

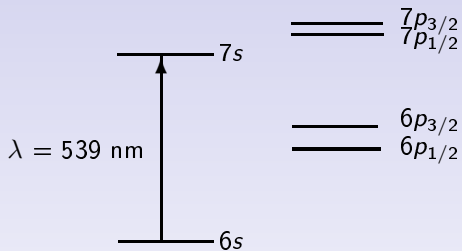
Источник	$\delta g'$	$\delta g'/g'$
$1/\alpha = 137.035999084(51)^*$	$0.6 \times 10^{-10}$	$1.0 \times 10^{-10}$
Поляризация ядра	$0.6 \times 10^{-10}$	$1.0 \times 10^{-10}$

\* *D. Hanneke, S. Fogwell, G. Gabrielse, PRL, 2008*

Этот метод способен обеспечить определение  $\alpha$  с точностью, сравнимой с точностью, полученной из экспериментов со свободным электроном.

P-нечетная амплитуда 6s-7s перехода в нейтральном  $^{133}\text{Cs}$

Основная идея (M.A. Bouchiat and C. Bouchiat, J. Phys. (Paris), 1974):



Эффективный оператор слабого взаимодействия:

$$H_W = -\frac{G_F}{2\sqrt{2}} Q_W \rho_N(r) \gamma_5.$$

Волновая функция:  $\psi \rightarrow \psi + i\eta\psi'$ .

Амплитуда перехода:  $A \rightarrow A + i\eta A'$ .

## P-нечетная амплитуда $6s-7s$ перехода в нейтральном $^{133}\text{Cs}$

Наиболее точное измерение отношения P-нечетной амплитуды к штарк-индуцированной амплитуде  $\beta$  (C.S. Wood et al., Science, 1997.):

$$\frac{\text{Im}E1_{\text{PNC}}}{\beta} = -1.5939(56) \frac{mV}{\text{cm}}.$$

Прецизионное измерение  $\beta$ : S.C. Bennett and C.E. Wieman, PRL, 1999.

Эти эксперименты стимулировали значительный прогресс в теории:

Вклад брейтовского взаимодействия: A. Derevianko, PRL, 2000, M.G. Kozlov et al., PRL, 2001.

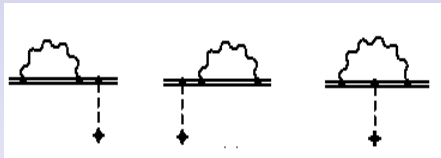
Уточнение корреляционных эффектов: V.A. Dzuba et al., PRD, 2002.

Вклад поляризации вакуума (ПВ): W.R. Johnson et al., PRL, 2002.

Сравнение теории с экспериментом привело к слабому заряду ядра  $^{133}\text{Cs}$ , который расходился на  $2\sigma$  с предсказанием Стандартной Модели.

Расчет вклада диаграмм собственной энергии (СЭ) в P-нечетную амплитуду  $6s - 7s$  перехода стал крайне необходим!

Собственно-энергетические поправки к "коэффициенту смешивания"



Пунктирная линия обозначает слабое взаимодействие электрона с ядром.

Приближенные вычисления (точные в первом порядке по  $\alpha Z$  и частично учитывающие эффекты высших порядков по  $\alpha Z$ ):

*M.Y. Kuchiev JPB, 2002; M.Y. Kuchiev and V.V. Flambaum, JPB, 2003:*

Полный вклад связ. КЭД =  $-0.5(1)\%$

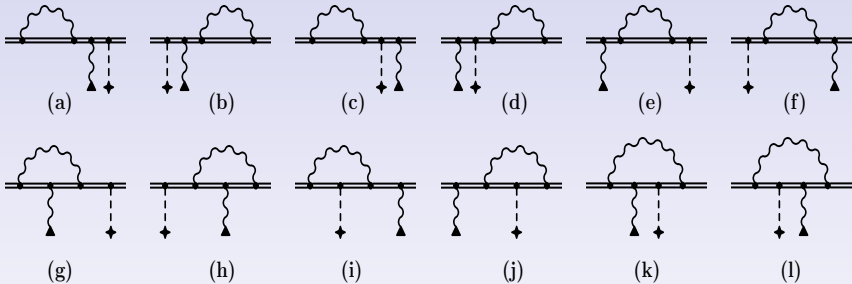
*A.I. Milstein, O.P. Sushkov, and I.S. Terekhov, PRL, 2002; PRA, 2003:*

Полный вклад связ. КЭД =  $-0.43(4)\%$

Несмотря на согласие этих результатов друг с другом, точный расчет без разложения по  $\alpha Z$  крайне необходим!

*P*-нечетная амплитуда  $6s-7s$  перехода в нейтральном  $^{133}\text{Cs}$

Собственно-энергетические поправки к *P*-нечетной  $6s-7s$  амплитуде



Волнистая линия, заканчивающаяся треугольником, обозначает поглощенный фотон. Пунктирная линия обозначает слабое взаимодействие электрона с ядром.

P-нечетная амплитуда  $6s-7s$  перехода в нейтральном  $^{133}\text{Cs}$

Собственно-энергетические (СЭ) поправки к P-нечетной  $6s-7s$  амплитуде в  $^{133}\text{Cs}$ , в %. (*V.M. Shabaev et al., PRL, 2005*)

Вклад	Калибровка длины	Калибровка скорости
Диаграммы "a-f"	3.78	2.80
Диаграммы "g-h"	-2.71	-1.83
Диаграммы "i-j"	-3.12	-2.24
Диаграммы "k-l"	1.26	0.38
Внедиагр. член	0.00	0.10
Полный вклад СЭ	-0.79	-0.79
Вклад связанной СЭ	-0.67	-0.67

Связ. КЭД = Связ. СЭ + ПВ =  $-0.67\% + 0.41\% = -0.27(3)\%$

Предыдущие расчеты:

$-0.5(1)\%$  (*M.Y. Kuchiev and V.V. Flambaum, JPB, 2003*)

$-0.43(4)\%$  (*A.I. Milstein et al., PRL, 2002*)

Полуэмпирический пересмотр предыдущих результатов:  $-0.32(3)\%$   
(*V.V. Flambaum and J.S.M. Ginges, PRA, 2005*)

*P*-нечетная амплитуда  $b_s$ - $7s$  перехода в нейтральном  $^{133}\text{Cs}$

Сравнение полного теоретического значения *P*-нечетной амплитуды с экспериментом дает:

$$Q_W = -72.65(29)_{\text{exp}}(36)_{\text{th}}.$$

Это значение отличается на  $1.1\sigma$  от предсказания Стандартной Модели:

$$Q_W^{\text{SM}} = -73.19(13).$$

## Заключение

Исследования тяжелых ионов и атомов обеспечивают:

- Проверку КЭД в сильных полях
- Прецизионное определение фундаментальных констант
- Проверку Стандартной Модели при низких энергиях



Соавторы:

Санкт-Петербургский государственный университет

О.В. Андреев, А.Н. Артемьев, А.В. Волотка, Д.А. Глазов,  
А.А. Елизаров, В.А. Ерохин, О.М. Жеребцов, Ю.С. Кожедуб,  
А.В. Майорова, Д.Л. Московкин, Н.С. Орешкина, И.И. Тупицын

TU Dresden

G. Plunien, G. Soff

GSI, Darmstadt

H.-J. Kluge, W. Quint, T. Stöhlker

Laboratoire Kastler-Brossel, Paris

P. Indelicato

Warsaw University

K. Pachucki