Техника Фелла и возможности ее обобщения при расчетах тонких сдвигов методом квазипотенциала

С.В. Клещевская[a], Ю.Н. Тюхтяев[a], Р.Н. Фаустов[b]

[a] *ГОУ ВПО Саратовский государственный университет*
[b] *Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН*

1. Квазипотенциальный подход дает для вычисления логарифмического вклада по постоянной тонкой структуре α во втором порядке теории возмущений ту же величину, что и исходный интеграл, исследуемый в работе [1]. Этот вклад в технике Фелла [2] дается интегралом $i = \int \frac{d^3q}{q^2+\alpha^2\mu^2} \int \frac{d^3k}{(k^2+\alpha^2\mu^2)(\mathbf{k}-\mathbf{q})^2}$, который по Феллу в логарифмическом промежутке $\mu\alpha \leq p \leq \mu$ эквивалентен $i = 4\pi^4 \int\limits_{\mu\alpha}^{\mu} dk/k = 4\pi^4 \ln \alpha^{-1}$.

2. Возможная аппроксимация этого интеграла i всюду сходящимися выражениями дается интегралом типа $i_1 = m_1^2 m_2 \int \frac{d^3q}{q^2+\alpha^2\mu^2} \int \frac{d^3k}{(k^2+\alpha^2\mu^2)(k^2+m_1^2)\varepsilon_{2k}(\mathbf{k}-\mathbf{q})^2}$, $\varepsilon_{2k} = \sqrt{k^2+m_2^2}$.

Этот интеграл позволяет исследовать промежуток интегрирования по k от m_1 до ∞. Он дает тот же логарифмический вклад, что и i, и позволяет получить дополнительные поправки, пропорциональные $\alpha^6(\mu^3/m_1m_2)$.

3. Все эти интегралы являются частными случаями выражения

$$S = -\frac{1}{4\pi^4}\alpha^6\mu^4 \int \frac{d^3q}{q^2+\alpha^2\mu^2} \int \frac{d^3k}{(k^2+\alpha^2\mu^2)(k^2+m_1^2)(\mathbf{k}-\mathbf{q})^2} \left(\frac{1}{\varepsilon_{2k}} + \frac{1}{\varepsilon_{2kq}}\right). \qquad (1)$$

Логарифмический вклад этого интеграла тот же, что и в предыдущих случаях. А вклад же, пропорциональный α^6, отличается от i_1: $\delta E_{2\mathrm{T}} = -2\alpha^6(\mu^3/m_1m_2)(\ln\alpha^{-1} - 2G/\pi)$.

Таким образом, для получения точного вклада, пропорционального $\alpha^6(\mu^3/m_1m_2)$, необходим прецизионный учет релятивистских факторов $\varepsilon_{ik}, \varepsilon_{iq}$. Их разложение не приводит к истинной величине, пропорциональной $\alpha^6(\mu^3/m_1m_2)$. Квазипотенциальный подход дает единственно верное обобщение "логарифмического"интеграла i.

4. Интеграл i не содержит вклада $\ln m_2/m_1$. Другие части квазипотенциала дают зависимость $\alpha^6(\mu^3/m_1m_2)$ от параметра отношения масс частиц $\beta = m_1/m_2$. Обмен двумя кулоновскими фотонами дает дополнительную поправку [3]

$\delta E_{2\mathrm{C}} = \alpha^6(\mu^3/m_1m_2)\left(\sqrt{\beta}/4 + 8\beta\ln\beta^{-1}/(9\pi^2)\right)$.

---

[1] I. B. Khriplovich *et al.*, Physica Scripta **T46** (1993) 252.

[2] R. N. Fell, Preprint - BUW 01742. Massachusetts, 1992.

[3] Н. А. Бойкова *и др.*, ТМФ **149** (2006) 325.